

**Positions relatives**

**Ex 1 : Vrai ou faux**

Dans l'espace :

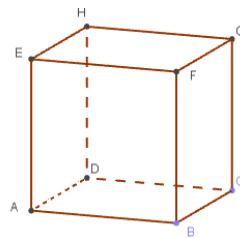
- 1 ) Trois droites concourantes sont coplanaires.
- 2 ) Deux droites parallèles à un même plan sont parallèles entre elles.
- 3 ) Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.
- 4 ) Une droite et un plan parallèles à une même droite sont parallèles entre eux.
- 5 ) Une droite et un plan parallèles à un même plan sont parallèles entre eux.

Pour les exercices 2, 3 et 4, on considère le cube ci-dessous :

**Ex 2 : Entre deux droites**

Dans chacun des cas, donner la position des droites :

- 1 ) (AB) et (CG)
- 2 ) (AF) et (GH)
- 3 ) (AC) et (FH)
- 4 ) (CE) et (DF)
- 5 ) (BH) et (AE)



**Ex 3 : Entre une droite et un plan**

Dans chacun des cas, donner la position de la droite et du plan :

- 1 ) (AB) et (CDH)
- 2 ) (AC) et (BDF)
- 3 ) (BG) et (CDE)
- 4 ) (AG) et (CFH)
- 5 ) (BC) et (FAD)
- 6 ) (AB) et (ACD)

**Ex 4 : Entre deux plans**

Dans chacun des cas, donner la position des plans :

- 1 ) (ABC) et (EGH)
- 2 ) (ABG) et (CDE)
- 3 ) (CAF) et (DGH)
- 4 ) (FHC) et (BDE)
- 5 ) (FAH) et (BCG)

**Ex 5 : Dans un tétraèdre**

Dans chacun des cas, étudier les positions des droites et plans.

- 1 ) (EB) et (CD)
- 2 ) (EC) et (BCD)
- 3 ) (EBC) et (ECD)
- 4 ) (EC) et (BD)

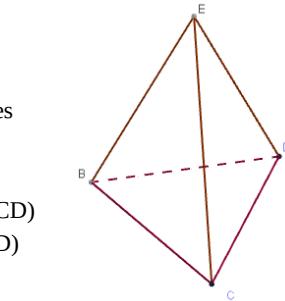
**Ex 6 : Dans une pyramide - intersections**

Soit SABCD une pyramide à base carrée. O est le centre du carré ABCD.

- 1 ) Déterminer l'intersection de (SAB) et (SBC).
- 2 ) Déterminer l'intersection de (SAC) et (SBD).
- 3 ) Étudier la position de (SB) et (AC).
- 4 ) Déterminer l'intersection de (SAB) et (SCD).

**Ex 7 :**

Dans le cube ci-contre, M, N et P sont les milieux respectifs de [CD], [EH] et [BF].



Dans chacun des cas, étudier les positions relatives de :

- 1 ) (MN) et (GH)
- 2 ) (MP) et (DF)
- 3 ) (NP) et (CDG)
- 4 ) (EM) et (BFG)
- 5 ) (AMN) et (BCG)
- 6 ) (MPG) et (ADE)

**Ex 8 : Droites coplanaires**

Dans le cube de l'ex 7 on note I le milieu de [CG].

Dire si les droites sont coplanaires ou non ?

- 1 ) (BC) et (EH)
- 2 ) (AG) et (BH)
- 3 ) (AG) et (EI)
- 4 ) (BH) et (EI)

**Ex 9 : Utilisation des symboles mathématiques**

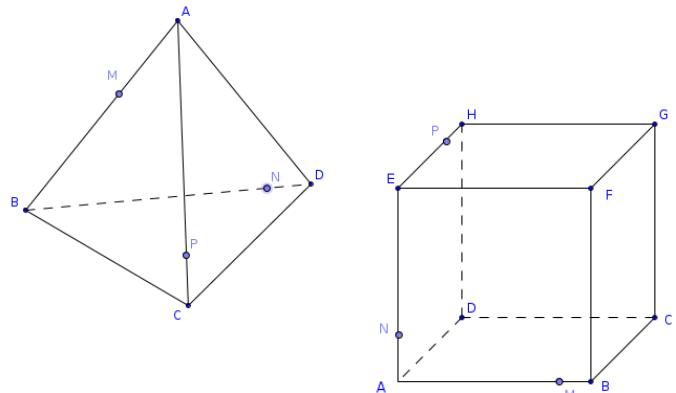
On considère le cube de l'ex 7 .

Compléter, en utilisant les symboles  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$  et  $\not\subset$  .

- |                 |                 |                    |                    |
|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| 1 ) N ... (EH)  | 2 ) A ... (EPM) | 3 ) (BM) ... (ABC) | 4 ) (PD) ... (EFD) |
| 5 ) B ... (EGP) | 6 ) M ... (NDC) | 7 ) (MN) ... (EHD) | 8 ) F... (ENG)     |

**Ex 10 : Sections de solides**

Dans chacun des cas, déterminer la section du solide par le plan (MNP).



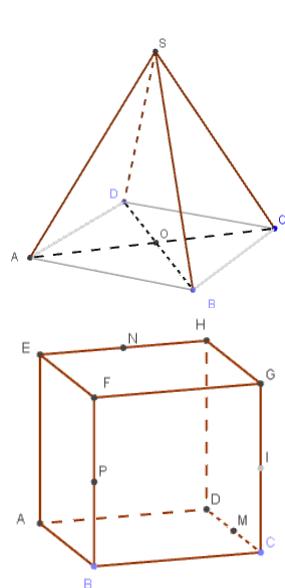
**Ex 11 : Intersections et points alignés**

Soit un tétraèdre ABCD, de sommet A. Les points I et J appartiennent respectivement aux arêtes [AB] et [AC] de telle sorte que (IJ) et (BC) ne soient pas parallèles.

- 1 ) Déterminer l'intersection de (IJ) et de (BCD).
- 2 ) En déduire l'intersection des plans (DIJ) et (BCD).
- 3 ) Que devient cette intersection si (IJ)//(BC) ?
- 4 ) Soit maintenant un point K sur [AD] , de telle sorte que (IK) et (BD) ne soient pas parallèles.

On note M, N et P les intersections respectives de (IJ) et (BC), de (IK) et (BD) et de (JK) et (CD).

Démontrer que les points M, N et P sont alignés.



**Ex 12 : Droites parallèles**

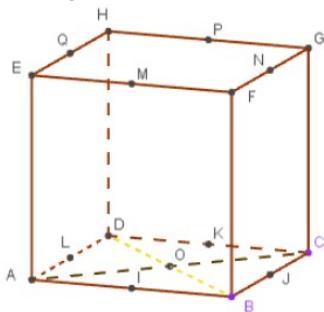
Dans un cube ABCDEFGH, le point M appartient à l'arête [AB] et le point N est l'intersection de la droite (AD) avec le plan (FHM).

Démontrer que (FH)//(MN).

### Vecteurs de l'espace

Dans les exercices 13 à 15, on considère la figure suivante.

Sur chaque arête, on a indiqué le milieu de celle-ci.



### Ex 13 : vecteur égaux

Dans chaque cas, donner deux vecteurs égaux au vecteur donné :

- 1)  $\overrightarrow{BF}$  2)  $\overrightarrow{BC}$  3)  $\overrightarrow{BM}$  4)  $\overrightarrow{IL}$  5)  $\overrightarrow{OL}$

### Ex 14 : Trouver le point manquant

Compléter les égalités suivantes en utilisant les points de la figure :

- 1)  $\overrightarrow{A...} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$  5)  $\overrightarrow{B...} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BF}$  9)  $\overrightarrow{B...} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG}$   
 2)  $\overrightarrow{I...} = -\overrightarrow{IA}$  6)  $\overrightarrow{H...} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BF}$  10)  $\overrightarrow{A...} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{BA}$   
 3)  $\overrightarrow{B...} = 2 \overrightarrow{EQ}$  7)  $\overrightarrow{B...} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DH}$  11)  $\overrightarrow{B...} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BF}$   
 4)  $\overrightarrow{H...} = -2 \overrightarrow{BI}$  8)  $\overrightarrow{B...} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{DH}$  12)  $\overrightarrow{L...} = \overrightarrow{HG} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CP}$

### Ex 15 : Décomposer un vecteur dans une base

Décomposer les vecteurs  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{BP}$ ,  $\overrightarrow{AG}$  et  $\overrightarrow{MC}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{DA}$ ,  $\overrightarrow{DH}$  et  $\overrightarrow{DC}$ .

### Ex 16 : Relation de Chasles

Soit A, B, C et D quatre points non coplanaires de l'espace.

Montrer que  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$

### Points alignés, parallélisme

### Ex 17 : Alignement

Soit A, B et C trois points non alignés et les points D et E définis par :

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BE} = 3 \overrightarrow{AC} - 2 \overrightarrow{AB}$$

En exprimant les vecteurs  $\overrightarrow{CD}$  et  $\overrightarrow{CE}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ , montrer que C, D et E sont alignés.

### Ex 18 : Parallélisme

Dans le triangle ABC, I est le milieu du segment [AC] et les points D et E sont définis par  $\overrightarrow{AD} = 3 \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{BE} = 2 \overrightarrow{BC}$ .

1) Exprimer les vecteurs  $\overrightarrow{BI}$  et  $\overrightarrow{DE}$  en fonction des vecteurs  $\overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .

2) Que peut-on en déduire pour les droites (BI) et (DE) ?

### Ex 19 : Points alignés

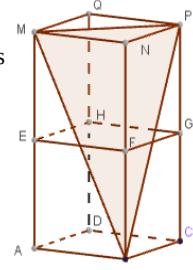
Dans l'espace, on considère les points A, B, C, D et E tels que

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{AE} = x \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}.$$

Déterminer la valeur du réel  $x$  pour que les points A, D et E soient alignés.

### Théorème du toit

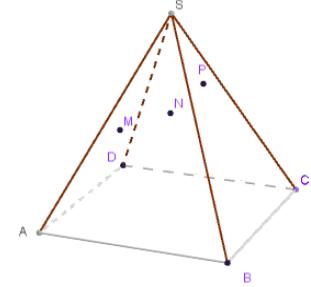
### Ex 20 :



Soit le parallélépipède suivant constitué de deux cubes superposés.

- 1) Déterminer l'intersection du plan (MPB) avec la droite (NG).  
 2) Déterminer l'intersection du plan (MPB) avec la droite (EN).  
 3) En déduire l'intersection du plan (MPB) avec le plan (ENG).  
 4) Démontrer que l'intersection obtenue à la question 3 est parallèle à la droite (EG).

### Ex 21 :



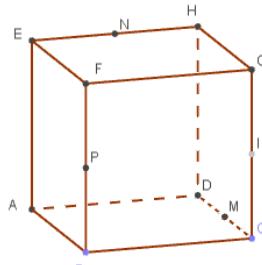
Soit la pyramide SABCD dont la base est un parallélogramme.

M et N appartiennent au plan (SAB) et P appartient au plan (SBC).

- 1) Déterminer l'intersection des plans (SAB) et (SCD) et l'intersection des plans (MNP) et (SAB).  
 2) En déduire l'intersection des plans (MNP) et (SCD).  
 3) Construire la section de la pyramide par le plan (MNP).

### Vecteurs coplanaires

### Ex 22 :



On considère la figure suivante.

- 1) Les vecteurs  $\overrightarrow{AE}$ ,  $\overrightarrow{AG}$  et  $\overrightarrow{EG}$  sont-ils coplanaires ?  
 2) Démontrer que  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{FH}$  et  $\overrightarrow{EG}$  sont coplanaires.  
 3) Démontrer que  $\overrightarrow{DH}$ ,  $\overrightarrow{AH}$  et  $\overrightarrow{FH}$  ne sont pas coplanaires.  
 4) Montrer que les points M, P et un point quelconque Q sont coplanaires.  
 5) Montrer que  $\overrightarrow{MN}$ ,  $\overrightarrow{PB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont coplanaires.  
 6) Montrer que  $\overrightarrow{NP}$ ,  $\overrightarrow{BG}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont coplanaires.

### Ex 23 :

Soit  $\overrightarrow{u}$ ,  $\overrightarrow{j}$  et  $\overrightarrow{k}$  trois vecteurs non coplanaires et les vecteurs  $\overrightarrow{v}$ ,  $\overrightarrow{w}$  et  $\overrightarrow{w}$  définis par :

$$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{v} = 2 \overrightarrow{i} + \overrightarrow{k} \text{ et } \overrightarrow{w} = 3 \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}.$$

- 1) Montrer que  $\overrightarrow{u}$  et  $\overrightarrow{v}$  ne sont pas colinéaires.  
 2) Peut-on trouver des réels  $a$  et  $b$  tels que  $\overrightarrow{w} = a \overrightarrow{u} + b \overrightarrow{v}$  ?  
 3) Que peut-on dire au sujet de la coplanarité des vecteurs  $\overrightarrow{u}$ ,  $\overrightarrow{v}$  et  $\overrightarrow{w}$  ?

**Ex 24 :**

Soit un tétraèdre ABCD, I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC].

On construit les points E et F tels que  $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DE}$ .

1 ) Déterminer la nature des quadrilatères ECIJ et ADEF.

2 ) Démontrer que  $2\overrightarrow{DJ} - \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{JI}$ .

3 ) Que peut-on en déduire pour les vecteurs  $\overrightarrow{DI}$ ,  $\overrightarrow{DJ}$  et  $\overrightarrow{DF}$  ?

4 ) Que peut-on en déduire pour les points D, I, J et F ?

**Ex 25 : Plans parallèles**

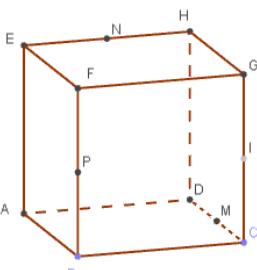
Soit un tétraèdre ABCD et les points E et F définis par :

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

1 ) Démontrer que A, E et F ne sont pas alignés.

2 ) Démontrer que les plans (BCD) et (AEF) sont parallèles.

**Repères de l'espace**



Dans les exercices 26 à 28, on considère la figure suivante.

**Ex 26 : Calculs de coordonnées**

Dans le cube ci-contre, M, N, P et I sont les milieux respectifs de [CD], [EH], [BF] et [CG].

On considère le repère  $(D; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$ .

Dans chacun des cas suivants, déterminer les coordonnées :

1 ) Des points E, P, I et B.

2 ) Des vecteurs  $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{DA}$ ,  $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{IB}$  et  $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{BH}$ .

3 ) Du centre de la face EHDA.

4 ) Du centre  $\Omega$  du cube.

5 ) Du vecteur  $\overrightarrow{t} = 2\overrightarrow{u} - 3\overrightarrow{v}$  et du vecteur  $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$

**Ex 27 : Milieux et points alignés**

Déterminer les coordonnées des points S et T milieux respectifs des segments [NP] et [HB].

Les points S, T et C sont-ils alignés ?

**Ex 28 : Recherche des coordonnées d'un point**

Déterminer les coordonnées du point Q défini par  $\overrightarrow{QP} + \overrightarrow{QN} = \overrightarrow{BG}$

Dans les exercices qui suivent, on considère un repère  $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$  de l'espace

**Ex 29 : Droite et plan parallèles ?**

Soit les points A(-2; 2; -1), B(2; 0; 3), C(-2; 0; 0), D(0; -4; 1) et E(-2; -1; -2)

1 ) Montrer que A, B et C définissent un plan.

2 ) Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{DE}$  et celles du vecteur

$$-\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}.$$

3 ) Que peut-on en déduire pour ces deux vecteurs et pour la droite (DE) ?

**Ex 30 : Droite et plan parallèles ?**

Soit les points A(2; 3; -1), B(1; 3; 4), C(0; 1; -3), D(2; 0; 0) et E(-2; -2; 8).

1 ) Montrer que A, B et C définissent un plan.

2 ) Peut-on trouver deux réels  $x$  et  $y$  tels que  $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ .

3 ) Que peut-on en déduire pour la droite (DE) ?

**Ex 31 : Points coplanaires ?**

Soit les points A(0; 1; -1), B(2; 1; 0), C(-3; -1; 1) et D(7; 3; -1).

1 ) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2 ) Calculer les coordonnées du vecteur  $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$ .

3 ) Que peut-on en déduire pour les points A, B, C et D ?

**Ex 32 : Vecteurs coplanaires ?**

$$\text{Soit } \overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \overrightarrow{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -18 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{t} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

1 ) Peut-on trouver deux réels  $x$  et  $y$  tels que  $\overrightarrow{w} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$  ?

2 ) Les vecteurs  $\overrightarrow{u}$ ,  $\overrightarrow{v}$  et  $\overrightarrow{t}$  sont-ils coplanaires ?

**Ex 33 : Points coplanaires ?**

Dans chacun des cas, étudier si les points sont coplanaires ou non ?

1 ) A(4; 5; 2), B(-3; -1; 7), C(9; 5; -3) et D(1; 2; 0).

2 ) A(1; 2; 3), B(1; 3; 2), C(2; 1; 3) et D(2; 3; 1)

**Ex 34 : Droites parallèles ou sécantes ?**

Soit les points A(2; 1; 5), B(4; 2; 4), C(3; 3; 5) et D(0; 3; 7).

1 ) Montrer que (AD) et (BC) sont parallèles.

2 ) Montrer que (AB) et (CD) sont sécantes.

**Représentation paramétrique d'une droite de l'espace**

**Ex 35 : Vrai ou faux ?**

$$\text{Soit la droite } d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

1 )  $d$  passe par A(-1; 0; 2) 2)  $d$  a pour vecteur directeur  $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

3 )  $d$  passe par B(1; -3; -1) 4)  $d$  a pour vecteur directeur  $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

5 )  $d$  est parallèle à  $d'$ :  $\begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = 1 + 3k \\ z = k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$

6 )  $d$  coupe l'axe des ordonnées.

7 )  $d$  coupe l'axe des cotes au point C(3; -6; 0).

**Ex 36 : Éléments caractéristiques**

Donner les éléments caractéristiques des droites suivantes :

$$1) \ d: \begin{cases} x=2t \\ y=2-3t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=2-6t \end{cases} \quad 2) \ d': \begin{cases} x=3t-4 \\ y=1-3t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=-t \end{cases}$$

**Ex 37 : Droite, segment, demi-droite**

Soit A(2;1;4), B(1;0;-2), C(-2;0;0) et D(0;5;6)

Donner des représentations paramétriques de la droite (AB), du segment [CD] et de la demi-droite [BC).

**Ex 38 : Appartient ou pas ?**

$$\text{Soit } d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=-3t \end{cases}$$

Dire si les points suivants appartiennent ou pas à la droite  $d$  :

A(2;-1;-3), B(0;-3;6), C(1;-3;3) et D(3;1;-3)

**Ex 39 : Droites sécantes ?**

$$\text{Soit } d: \begin{cases} x=3+t \\ y=2-t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=2t \end{cases} \quad \text{et} \quad d': \begin{cases} x=1-2s \\ y=-s, \ s \in \mathbb{R} \\ z=-1+s \end{cases}$$

1) Montrer que  $d$  et  $d'$  ne sont pas parallèles.

2) Donner deux points A et B de la droite  $d$ .

3) Donner deux points C et D de la droite  $d'$ .

4) Montrer que A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

5) Que peut-on en déduire pour ces deux droites ?

**Ex 40 : Avec le centre de gravité**

On considère les points A(1;2;3), B(-1;0;1) et C(2;1;-1).

1) Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du triangle OBC.

2) Donner une représentation paramétrique de la droite (AG).

3) Quelle est la valeur du paramètre correspondant à chacun des points suivants :

A ? le milieu M de [AG] ? le symétrique S de M par rapport à A ?

**Ex 41 : Avec le milieu d'un segment**

1) Donner une représentation paramétrique de la droite  $d$  passant par le

point A(6;1;1) et de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

2) Donner une représentation paramétrique de la droite  $d'$  passant par le

point B(3;-3;-6) et de vecteur directeur  $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

3) Montrer qu'il existe  $C \in d$  et  $D \in d'$  tels que le milieu de [CD] soit le point I(1;-2;3).

**Ex 42 : Droites confondues**

$$\text{Soit } d: \begin{cases} x=-1-5t \\ y=-3+t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=4t \end{cases} \quad \text{et} \quad d': \begin{cases} x=9+10t \\ y=-5-2t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=-8-8t \end{cases}$$

Montrer que les droites  $d$  et  $d'$  sont confondues.

**Ex 43 : Droites parallèles**

$$\text{Soit } d: \begin{cases} x=-1-3t \\ y=-3+t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=2-2t \end{cases} \quad \text{et} \quad d': \begin{cases} x=1-9t \\ y=-1+3t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=3-6t \end{cases}$$

Montrer que les droites  $d$  et  $d'$  sont strictement parallèles.

**Ex 44 : Droites sécantes**

$$\text{Soit } d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1-t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=2+t \end{cases} \quad \text{et} \quad d': \begin{cases} x=1+t \\ y=-t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=3+4t \end{cases}$$

Montrer que les droites  $d$  et  $d'$  sont sécantes.

**Ex 45 : Droites non coplanaires**

$$\text{Soit } d: \begin{cases} x=-3+t \\ y=t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=1+3t \end{cases} \quad \text{et} \quad d': \begin{cases} x=-t \\ y=2t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=8-3t \end{cases}$$

Montrer que les droites  $d$  et  $d'$  ne sont pas coplanaires.

**Ex 46 : Droites concourantes**

$$\text{On considère les droites : } d_1: \begin{cases} x=-t \\ y=3+t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=1+2t \end{cases}, \ d_2: \begin{cases} x=3+2t \\ y=-2t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=-5-4t \end{cases}$$

$$\text{et } d_3: \begin{cases} x=-2+4t \\ y=1+4t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=1 \end{cases}$$

1) Montrer que ces trois droites sont concourantes en un point dont on déterminera les coordonnées.

2) Ces droites sont-elles coplanaires ?

**Ex 47 : Droites et fonction**

$$\text{Soit } d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-3-4t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=1 \end{cases} \quad \text{et} \quad d': \begin{cases} x=1 \\ y=2+t, \ t \in \mathbb{R} \\ z=4+3t \end{cases}$$

1) Montrer que  $d$  et  $d'$  sont sécantes en un point A dont on déterminera les coordonnées.

2) Montrer que B(-1;2;3) n'appartient pas au plan défini par les droites  $d$  et  $d'$ .

3) À tout point M de paramètre  $t$  de  $d$ , on associe la fonction  $f$  définie par  $f(t)=BM^2$ .

Calculer  $f(t)$  et déterminer la valeur  $t_0$  pour laquelle  $f(t)$  est minimale.

Que représente le point H de paramètre  $t_0$  de  $d$  ?

**EN ROUTE VERS LE BAC**

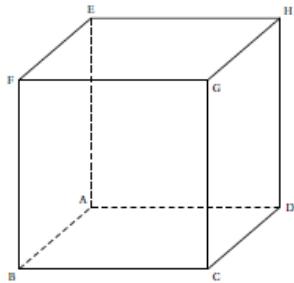
**Ex 48 : Baccalauréat S – Centres étrangers 13 juin 2012 – ex 1 (en partie)**

Repère – équations paramétriques – intersection de droites – parallélogramme – milieu

On considère un cube ABCDEFGH d'arête de longueur 1.

On se place dans le repère orthonormal  $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ .

On considère les points  $I\left(1; \frac{1}{3}; 0\right)$ ,  $J\left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$ ,  $K\left(\frac{3}{4}; 0; 1\right)$  et  $L(a; 1; 0)$  avec  $a$  un nombre réel appartenant à l'intervalle  $[0; 1]$ .



Les parties A et B sont indépendantes.

**Partie A**

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (IJ).
2. Démontrer que la droite (KL) a pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = \frac{3}{4} + t'(a - \frac{3}{4}) \\ y = t' \\ z = 1 - t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$$

3. Démontrer que les droites (IJ) et (KL) sont sécantes si, et seulement si,  $a = \frac{1}{4}$ .

**Partie B**

Dans la suite de l'exercice, on pose  $a = \frac{1}{4}$ .

Le point L a donc pour coordonnées  $(\frac{1}{4}; 1; 0)$ .

1. Démontrer que le quadrilatère IKJL est un parallélogramme.

**Ex 49 : Baccalauréat S – Amérique du nord 30 mai 2014 – ex 3 (en partie)**

Repère – équations paramétriques – intersection de droites – section

On considère un cube ABCDEFCH donné en annexe 2 (à rendre avec la copie).

On note M le milieu du segment [EH], N celui de [FC] et P le point tel que

$$\overrightarrow{HP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{HG}.$$

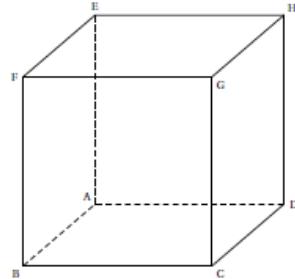
**Partie A : Section du cube par le plan (MNP)**

1. Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L.  
Construire le point L
2. On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.  
On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.
  - a. Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.
  - b. Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF).
3. En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

**Partie B**

L'espace est rapporté au repère  $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$ .

1. Donner les coordonnées des points M, N et P dans ce repère.
2. Déterminer les coordonnées du point L.



**Ex 50 : Baccalauréat S – Métropole 9 sept 2015 – ex 3 (en partie)**

Repère – équations paramétriques – droites non coplanaires

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :

— les points  $A(0; 1; -1)$  et  $B(-2; 2; -1)$ .

— la droite  $\mathcal{D}$  de représentation paramétrique  $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ .

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).
2. a. Montrer que les droites (AB) et  $\mathcal{D}$  ne sont pas parallèles.  
b. Montrer que les droites (AB) et  $\mathcal{D}$  ne sont pas sécantes.